

Rolf Bruderer Smoothed Particles Slide 1

Smoothed Particles

a new paradigm for animating highly deformable bodies

Mathieu Desbrun Marie-Paule Cani-Gascuel

iMAGIS @ INP Grenoble

<http://w3imagis.imag.fr/Publications/1996/DC96b>

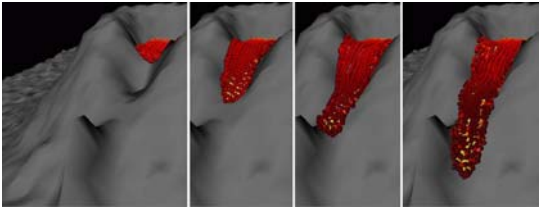
Proceedings of Eurographics Workshop on Animation and Simulation, 1996

WS 2002/2003 Seminar "Physically-based methods for 3D games and medical simulation" 09.01.2003

Rolf Bruderer Smoothed Particles Slide 2

Motivation

Animation von stark deformierbaren Körpern
(z.B. Wasser, Schlamm, Teig, Lava, Öl)



Lava als Fluss mit Partikeln modelliert,
D.Stora, P. Agliati, M. Cani, F.Neyret, J. Gascuel, 1999

WS 2002/2003 Seminar "Physically-based methods for 3D games and medical simulation" 09.01.2003

Rolf Bruderer Smoothed Particles Slide 3

Motivation




Kitchen Fiction,
Marie-Paule Cani-Gascuel, 1996

WS 2002/2003 Seminar "Physically-based methods for 3D games and medical simulation" 09.01.2003

Rolf Bruderer Smoothed Particles Slide 4

Motivation



Anforderungen an unser Modell:

- **Stabilität**
- **Modellierung verschiedenster Materialien**
(unterschiedlichster Viskosität)
- **Möglichkeit der Interaktion mit Umgebung**
- **Einfach zu implementieren**
- **Schnell**

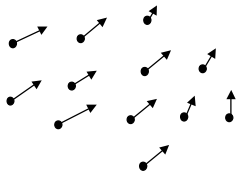
WS 2002/2003 Seminar "Physically-based methods for 3D games and medical simulation" 09.01.2003

Rolf Bruderer Smoothed Particles Slide 5

Einleitung

Partikel System

Partikel System:
Menge von Partikeln als Massepunkte mit Geschwindigkeiten



keine festen Verbindungen zwischen den Partikeln definiert

WS 2002/2003 Seminar "Physically-based methods for 3D games and medical simulation" 09.01.2003

Rolf Bruderer Smoothed Particles Slide 6

Einleitung

Klassischer Ansatz

Anziehungs-/Abstossungs-Kräfte
von **Lennard-Jones Potential** abgeleitet

modelliert paarweise mikroskopische Interaktionen
zwischen Molekülen in einer Flüssigkeit

→ **zwischen jedem Partikelpaar eine Kraft**

WS 2002/2003 Seminar "Physically-based methods for 3D games and medical simulation" 09.01.2003

Rolf Bruderer Smoothed Particles Slide 7

Einleitung

Klassischer Ansatz - Probleme

Probleme:

- Lennard-Jones modelliert mikroskopische Moleküle, Partikel sind jedoch keine Moleküle
- **Parameter schwer zu finden**,
so dass das gewünschte globale Verhalten auftritt.
- **Stabilität:**
kein Stabilitätskriterium,
kleine Zeitschritte unumgänglich.

WS 2002/2003 Seminar "Physically-based methods for 3D games and medical simulation" 09.01.2003

Rolf Bruderer Smoothed Particles Slide 8

Einleitung

Smoothed Particles Ansatz

Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)

Astrophysik: Simulation kosmologischer Fluide

Partikel nicht nur Massepunkte

Partikel repräsentieren **Massevolumen**
(Masse eines Partikels ist im Raum iverschmiert)

WS 2002/2003 Seminar "Physically-based methods for 3D games and medical simulation" 09.01.2003

Rolf Bruderer Smoothed Particles Slide 9

Einleitung

Smoothed Particles Ansatz - Vorteile

Viele Vorteile:

- **physikalische Felder können approximiert werden.**
(Voraussetzung: Kenntnis ihrer Werte in den Partikeln)
- Verhalten des Materials wird durch Zustandsgleichung bestimmt → **einfacher zu handhabende Parameter.**
- **stabile Simulation möglich**
(Stabilitätskriterium → adaptive Zeitschritte)

WS 2002/2003 Seminar "Physically-based methods for 3D games and medical simulation" 09.01.2003

Rolf Bruderer Smoothed Particles Slide 10

Inhalt

- ✓ **Motivation**
- ✓ **Einleitung**
- **Smoothed Particle Hydrodynamics**
- **Animation mit Smoothed Particles**
- **Implementation**
- **Zusammenfassung / Demo**
- **Schluss / Diskussion**

WS 2002/2003 Seminar "Physically-based methods for 3D games and medical simulation" 09.01.2003

Rolf Bruderer Smoothed Particles Slide 11

Smoothed Particle Hydrodynamics

Ein Partikel

Ein Partikel j hat

- eine **fixe Masse m_j**
- eine **Position r_j**
- eine **Geschwindigkeit v_j**
- eine **Dichte ρ_j**

Wobei die Dichte ρ_j von der lokalen Dichte der Partikel abhaengt.

Kann auch **weitere (Abtast-)Werte von physikalischen Feldern** enthalten (Druck, Temperatur, \dots).

WS 2002/2003 Seminar "Physically-based methods for 3D games and medical simulation" 09.01.2003

Rolf Bruderer Smoothed Particles Slide 12

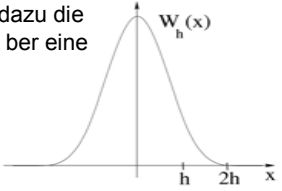
Smoothed Particle Hydrodynamics

Smoothing Kernel W_h

"Verschmieren" der Masse im Raum

Die Masse m_j wird nicht als Punktmasse interpretiert sondern als im Raum verschmiert.

Smoothing Kernel W_h gibt dazu die räumliche Masseverteilung über eine Smoothing Length h an:



WS 2002/2003 Seminar "Physically-based methods for 3D games and medical simulation" 09.01.2003

Rolf Bruderer Smoothed Particles Slide 13

Smoothed Particle Hydrodynamics

Approximation von Feldern

Sehr ~~ähnlich~~ **ähnlich** wie bei Monte-Carlo-Methoden kann ein **stetiges physikalisches Feld f** mit einer diskreten Summe approximiert werden:

$$\langle f(\mathbf{r}) \rangle = \sum_j m_j \frac{f_j}{\rho_j} W_h(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j) \quad (1)$$

wenn die **Abtast-Werte f_j** an den **Partikel-Positionen r_j** **bekannt** sind.

WS 2002/2003 Seminar "Physically-based methods for 3D games and medical simulation" 09.01.2003

Rolf Bruderer Smoothed Particles Slide 14

Smoothed Particle Hydrodynamics

Approximation von Ableitungen der Felder

analog:

$$\langle \nabla f(\mathbf{r}) \rangle = \sum_j m_j \frac{f_j}{\rho_j} \nabla W_h(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j) \quad (2)$$

$$\nabla = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Skalarfeld } f \rightarrow \text{Gradient } \nabla f \\ \text{Vektorfeld } f \rightarrow \text{Divergenz } \nabla f \end{array}$$

WS 2002/2003 Seminar "Physically-based methods for 3D games and medical simulation" 09.01.2003

Rolf Bruderer Smoothed Particles Slide 15

Smoothed Particle Hydrodynamics

Approximation des Dichte-Feldes

$$\langle \rho(\mathbf{r}) \rangle = \sum_j m_j W_h(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j) \quad (3)$$

folgt direkt aus (1)

Hiermit kann also insbesondere auch die **Dichte in jedem Partikel berechnet** werden.

WS 2002/2003 Seminar "Physically-based methods for 3D games and medical simulation" 09.01.2003


Rolf Bruderer Smoothed Particles Slide 16

Smoothed Particle Hydrodynamics

Herleitung einer Druck-Kraft (1/3)

aus $F = m\mathbf{a} = \rho dV \mathbf{a} = -\nabla P dV$

Wenn in jedem Partikel j der **Druck P_j** bekannt ist, so ~~wäre~~ **wäre** der **Druckgradient** nach SPH Formalismus wie folgt definiert:

$$\nabla P(r) = \sum_j m_j \frac{P_j}{\rho_j} \nabla W_h(r - r_j)$$


Verletzung des i Aktion = Reaktion-Prinzips, da:
 $m_i \nabla P_i / \rho_i \neq m_j \nabla P_j / \rho_j \quad f_i, r_i \neq j$

WS 2002/2003 Seminar "Physically-based methods for 3D games and medical simulation" 09.01.2003

Rolf Bruderer Smoothed Particles Slide 17

Smoothed Particle Hydrodynamics

Herleitung einer Druck-Kraft (2/3)

um die Druckkräfte symmetrisch zu machen und somit **Aktion=Reaktion** zu erzwingen, benutzen wir die einfache Ableitungsregel

$$\nabla P / \rho = \nabla(P / \rho) + P \nabla \rho / \rho^2$$

und erhalten

$$\frac{\nabla P_i}{\rho_i} = \underbrace{\sum_{j \neq i} m_j \frac{P_j}{\rho_j^2} \nabla W_h(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)}_{\nabla(P_i / \rho_i)} + \underbrace{\frac{P_i}{\rho_i^2} \sum_{j \neq i} m_j \nabla W_h(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)}_{P_i \nabla \rho_i / \rho_i^2}$$

WS 2002/2003 Seminar "Physically-based methods for 3D games and medical simulation" 09.01.2003

Rolf Bruderer Smoothed Particles Slide 18

Smoothed Particle Hydrodynamics

Herleitung einer Druck-Kraft (3/3)

eingesetzt in $F_p = -\nabla P dV$

erhalten wir schliesslich

$$F_{p_i} = -m_i \sum_{j \neq i} m_j \left(\frac{P_i}{\rho_i^2} + \frac{P_j}{\rho_j^2} \right) \nabla W_h(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)$$

die Druck-Kraft im Partikel i (4)

WS 2002/2003 Seminar "Physically-based methods for 3D games and medical simulation" 09.01.2003

Rolf Bruderer Smoothed Particles Slide 19

Smoothed Particle Hydrodynamics

Zustandsgleichung

Ausrechnen der Druck-Werte P_j in jedem Partikel anhand einer **Zustandsgleichung**

Beispiel $\hat{=}$ ideales Gas: $PV = k$

Beschreibt das simulierte Fluid

WS 2002/2003 Seminar "Physically-based methods for 3D games and medical simulation" 09.01.2003

Rolf Bruderer Smoothed Particles Slide 20

Smoothed Particle Hydrodynamics

Viskosität als Dämpfungskraft

Viskosität wird, blicherweise durch eine **Dämpfungskraft** modelliert:

$$F_{d_i} = -m_i \sum_{j \neq i} m_j \Pi_{ij} \nabla W_h(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \quad (5)$$

wobei

$$\Pi_{ij} = \begin{cases} \frac{-c\mu_{ij} + 2\mu_{ij}^2}{\bar{\rho}_{ij}} & \text{if } \mu_{ij} < 0 \\ 0 & \text{if } \mu_{ij} \geq 0 \end{cases} \quad \mu_{ij} = h \frac{\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ij}}{\mathbf{r}_{ij}^2 + h^2/100}$$

$$\mathbf{v}_{ij} = \mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j \quad \mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j \quad \bar{\rho}_{ij} = (\rho_i + \rho_j)/2$$

Parameter c : die Schallgeschwindigkeit des simulierten Fluids, bestimmt wie schnell sich Wellen im Fluid ausbreiten.

WS 2002/2003 Seminar "Physically-based methods for 3D games and medical simulation" 09.01.2003

Rolf Bruderer Smoothed Particles Slide 21

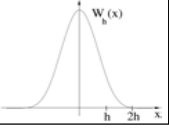
Smoothed Particle Hydrodynamics

< bersicht

Dichte:

$$\rho_i = \sum_j m_j W_h(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)$$

Smoothing Kernel W_h :



Druck-Kraft: $F_{p_i} = -m_i \sum_{j \neq i} m_j \left(\frac{P_i}{\rho_i^2} + \frac{P_j}{\rho_j^2} \right) \nabla W_h(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)$

Zustandsgleichung: beispielsweise PV=k

Dämpfungskraft: $F_{d_i} = \dots$

$F_i = F_{p_i} + F_{d_i} + F_{ext_i} = m_i a_i$

WS 2002/2003 Seminar "Physically-based methods for 3D games and medical simulation" 09.01.2003

Rolf Bruderer Smoothed Particles Slide 22

Animation mit Smoothed Particles

SPH für Animation von Flüssigkeiten anpassen

Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH):

- robuste und zuverlässige Methode zum Simulieren von Fluiden
- bewährt in der Simulation von komplexen Phänomenen der Astrophysik.

Anpassungen:

- wir wollen nicht Fluide allgemein simulieren
- wir wollen möglichst breite Palette stark deformierbarer Materialien simulieren können.
- die Körper sollen einen möglichst stabilen Ruhezustand haben.

WS 2002/2003 Seminar "Physically-based methods for 3D games and medical simulation" 09.01.2003

Rolf Bruderer Smoothed Particles Slide 23

Animation mit Smoothed Particles

Wahl einer Zustandsgleichung (1/2)

Zustandsgleichung bestimmt wie sich das Material verhält.

• in SPH:

- PV=k (ideales Gas)
- nur positive (abstossende) Kräfte möglich
- Expansion des Fluids

• wir wollen:

- Animation von Materialien, die in Ruhe konstante Dichte haben (z.B. Flüssigkeiten!)

WS 2002/2003 Seminar "Physically-based methods for 3D games and medical simulation" 09.01.2003

Rolf Bruderer Smoothed Particles Slide 24

Animation mit Smoothed Particles

Wahl einer Zustandsgleichung (2/2)

Um sicherzustellen, dass die Dichte des Körpers in Ruhe konstant ρ_0 ist wählen wir statt dessen folgende Zustandsgleichung:

$$P = k(\rho - \rho_0) \quad (6)$$

gleich zwei Vorteile:

- Partikel mit gleicher Masse tendieren dazu sich gleichmäßig im Raum zu verteilen.
- Konstante Dichte bewirkt auch ein konstantes Volumen.

Parameter k: Bestimmt die Stärke der Dichte-Erhaltung → Steifheit

WS 2002/2003 Seminar "Physically-based methods for 3D games and medical simulation" 09.01.2003

Rolf Bruderer Smoothed Particles Slide 25

Animation mit Smoothed Particles

Einsetzen der Zustandsgleichung in Druck-Kraft-Gleichung

$$F_{p_i} = -m_i \sum_{j \neq i} m_j \left(\frac{\rho_i}{\rho^2} + \frac{\rho_j}{\rho^2} \right) \nabla W_h(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \quad P = k(\rho - \rho_0)$$

Druck-Kraft:

$$F_{p_i} = -km_i \left[\frac{(\rho_i - \rho_0)}{\rho^2} \sum_{j \neq i} m_j \nabla W_h(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) + \sum_{j \neq i} m_j \frac{(\rho_j - \rho_0)}{\rho^2} \nabla W_h(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \right] \quad (7)$$

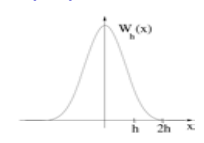
WS 2002/2003 Seminar "Physically-based methods for 3D games and medical simulation" 09.01.2003

Rolf Bruderer Smoothed Particles Slide 26

Animation mit Smoothed Particles

Wahl des Smoothing Kernels (1/3)

sehr wichtig!



bestimmt wie die Werte und Ableitungen von verschiedensten Funktionen approximiert werden.

**Partikel als kleine Massevolumen:
Kernel definiert die räumliche Ausdehnung**

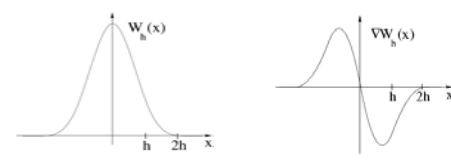
WS 2002/2003 Seminar "Physically-based methods for 3D games and medical simulation" 09.01.2003

Rolf Bruderer Smoothed Particles Slide 27

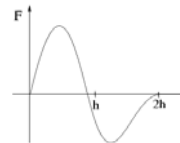
Animation mit Smoothed Particles

Wahl des Smoothing Kernels (2/3)

Smoothing Kernel und seine Ableitung in SPH:



Schlecht für uns:
Wenn Partikel sehr nahe, wird ∇W_h sehr klein und somit auch die wirkende Kraft.
→ **Die Partikel gruppieren sich (Clustering)** ☹



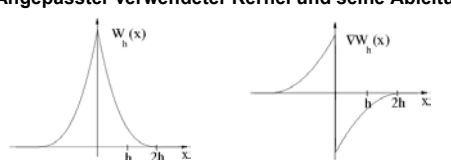
WS 2002/2003 Seminar "Physically-based methods for 3D games and medical simulation" 09.01.2003

Rolf Bruderer Smoothed Particles Slide 28


Animation mit Smoothed Particles

Wahl des Smoothing Kernels (3/3)

Angepasster verwendeter Kernel und seine Ableitung :



→ **resultierende Kraft verhindert Clustering:**



WS 2002/2003 Seminar "Physically-based methods for 3D games and medical simulation" 09.01.2003

Rolf Bruderer Smoothed Particles Slide 29

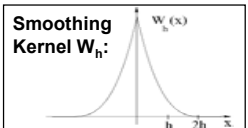
Animation mit Smoothed Particles

< bersicht

Dichte:

$$\rho_j = \sum_j m_j W_h(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)$$

Smoothing Kernel W_h :



Druck-Kraft:

$$F_{p_i} = -km_i \left[\frac{(\rho_i - \rho_0)}{\rho^2} \sum_{j \neq i} m_j \nabla W_h(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) + \sum_{j \neq i} m_j \frac{(\rho_j - \rho_0)}{\rho_j^2} \nabla W_h(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \right]$$

Dämpfungskraft: $F_{d_i} = \dots$

Smoothing Length h
Viskositäts-Parameter c
Steifheits-Parameter k

$F_i = F_{p_i} + F_{d_i} + F_{ext_i} = m_i a_i$

WS 2002/2003 Seminar "Physically-based methods for 3D games and medical simulation" 09.01.2003

Rolf Bruderer Smoothed Particles Slide 30

Implementation

Schema

In jedem Zeit-Schritt:

1. Dichte-Werte ρ_j in allen Partikeln updaten: $\rho_j = \sum_j m_j W_h(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)$
2. Druck-Kraft und Daempfungskraft in allen Partikeln ausrechnen. [siehe (7) und (5)]
3. Gesamtkraft auf jedem Partikel ausrechnen: $F_i = F_{p_i} + F_{d_i} + F_{ext_i} = m_i a_i$

und die Beschleunigung die das Partikel dadurch erfährt: $a_i = \frac{F_i}{m_i}$

4. Updaten der Geschwindigkeiten v_i und der Positionen r_i z.B. mit Euler-Integrations-Schritten.

WS 2002/2003 Seminar "Physically-based methods for 3D games and medical simulation" 09.01.2003


Rolf Bruderer Smoothed Particles Slide 31

Implementation

Resultate (1/2)

Screenshots einer einfachen 2d-Animation mit 80 Partikeln

Ein fester Körper schneidet den deformierbaren Körper in zwei Teile



k=10, c=2

h so dass ungefähr 10 Partikel innerhalb des Einflussradius jedes Partikels liegen.

Dichtefeld als Graustufen repräsentiert.

WS 2002/2003 Seminar "Physically-based methods for 3D games and medical simulation" 09.01.2003


Rolf Bruderer Smoothed Particles Slide 32

Implementation

Resultate (2/2)

Screenshots einer einfachen 2d-Animation mit 80 Partikeln

quasi-flüssiges Material fließt aufgrund von Gravitation



Umrahmende Oberfläche anhand Dichtefeld berechnet.

WS 2002/2003 Seminar "Physically-based methods for 3D games and medical simulation" 09.01.2003

Rolf Bruderer Smoothed Particles Slide 33

Implementation

Laufzeit - Optimierung

Bis jetzt: Zeitaufwendige Berechnung der Dichte und der Kräfte
 $O(n^2)$ ☹

Einflussbereich jedes Partikels durch Kernel beschrieben:
Reichweite $2h$

Nur Nachbarn innerhalb dieser Reichweite zur Berechnung nötig.

Partikel in einem Gitter aus Voxeln der Größe $2h$ abspeichern

→ Laufzeit von $O(n)$

WS 2002/2003 Seminar "Physically-based methods for 3D games and medical simulation" 09.01.2003

Rolf Bruderer Smoothed Particles Slide 34

Implementation

Stabilität - Adaptiver Zeitschritt

Grosser Vorteil von Smoothed Particles:

lokales Stabilitäts-Kriterium

→ adaptiver Zeitschritt fuer jedes Partikel

Gewährleistet die Stabilität und die Effizienz.

WS 2002/2003 Seminar "Physically-based methods for 3D games and medical simulation" 09.01.2003

Rolf Bruderer Smoothed Particles Slide 35

Zusammenfassung & Demo

Smoothed Particles

Neuer Typ von Partikel System basierend auf SPH

**Partikel definieren Dichte-Feld in ihrer Umgebung
(Masse im Raum verschmiert)**

Zustandsgleichung beschreibt das simulierte Fluid

**Approximieren stetiger physikalischer Felder
ähnlich wie bei Monte-Carlo-Methoden**

WS 2002/2003 Seminar "Physically-based methods for 3D games and medical simulation" 09.01.2003

Rolf Bruderer Smoothed Particles Slide 36

Zusammenfassung & Demo

Smoothed Particles - Vorteile

Vorteile:

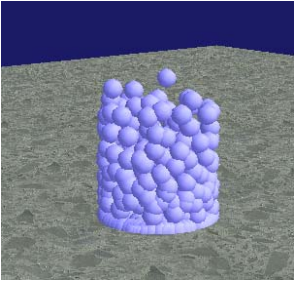
- **Stabilität** mit adaptiven Zeitschritten möglich
- **Weitere stetige Felder können approximiert werden**
(z.B. Temperatur)
- **Stabiler Ruhezustand mit konstantem Volumen**
- **Gleichmässige Verteilung der Partikel**
- **Intuitive Modellierung: einfache Wahl von Parametern**
- **Durch andere Zustandsgleichung auch andere Materialien modellierbar.**

WS 2002/2003 Seminar "Physically-based methods for 3D games and medical simulation" 09.01.2003

Rolf Bruderer Smoothed Particles Slide 37

Zusammenfassung & Demo

Real-Time Animation Of Fluids



David Charypar

Diplomarbeit basierend auf Smoothed Particles

WS 2002/2003 Seminar "Physically-based methods for 3D games and medical simulation" 09.01.2003

Rolf Bruderer Smoothed Particles Slide 38

Schluss / Diskussion

Ich danke f, r Eure Aufmerksamkeit!

WS 2002/2003 Seminar "Physically-based methods for 3D games and medical simulation" 09.01.2003