

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung	1
1.1 Vorgeschichte	1
1.2 Die zonale Methode.....	1
2 Grundlagen.....	2
2.1 Absorption	2
2.2 Emission	2
2.3 Streuung.....	2
2.4 Lichtübertragung in einem Volumen.....	3
2.5 Volumen Radiosity	3
3 Das Radiosity Prinzip	3
3.1 Bestimmung der Radiosity-Größen B	4
3.1.1 Radiosity Gleichung für Oberflächen.....	4
3.1.2 Radiosity Gleichung für Volumen	4
3.1.3 Das System gekoppelter Radiosity Gleichungen.....	4
3.2 Form Faktoren	5
3.2.1 Fläche zu Fläche Faktoren $S_j S_i$	5
3.2.2 Volumen zu Fläche Faktoren $V_k S_i$	5
3.2.3 Volumen zu Volumen Faktoren $V_k V_m$	5
4 Implementierungsaspekte.....	6
4.1 Eingabedaten	6
4.2 Berechnung der Form Faktoren.....	6
4.2.1 Fläche zu Fläche Faktoren $S_i S_j$	7
4.2.2 Volumen zu Fläche Faktoren $V_k S_j$	8
4.2.3 Volumen zu Volumen Faktoren $V_k V_m$	8
4.3 Rendering.....	9
5 Diskussion.....	10

Anhang A Literaturverzeichnis

Anhang B Bildnachweis

Anhang C Beispielbilder

1 Einführung

1.1 Vorgeschichte

Die Entwicklung von Verfahren zur Simulation und Darstellung globaler Beläuchtungsverhältnisse ist durch den Wunsch motiviert, möglichst realitätsnahe Bilder von existierenden oder fiktiven Szenen auf dem Computer zu generieren. In den achtziger Jahren wurden erste Verfahren entwickelt, mit deren Hilfe die Effekte der globalen Beleuchtung dargestellt werden konnten.

Der *ray-tracing* Ansatz [1] versucht, die für die Bildebene relevante Beleuchtungsinformation zu bestimmen. Dazu werden Strahlen von einem Augpunkt durch jeden Pixel in die Szene verfolgt, auf jeder geschnittenen Oberfläche neue reflektierte oder transmittierte Strahlen generiert und deren Intensität berechnet. Allerdings berücksichtigt diese Methode nur spekulare Reflexionen und liefert nur punktweise Samples der Lichtenergieverteilung in der Szene. Die meisten realen Umgebungen bestehen jedoch aus Oberflächen, welche das Licht hauptsächlich diffus streuen. In solchen Umgebungen tragen direkte Beleuchtung und diffuse Objekt-zu-Objekt Streuung mit Abstand den grössten Teil zur totalen Lichtenergie bei. Um realistische Bilder zu generieren, muss also das physikalische Verhalten des Lichts modelliert werden.

Die *radiosity* Methode zur Simulation globaler Beleuchtung bedient sich dazu Grundlagen aus der Theorie der Wärmestrahlung [2][3]. Intensität und Verteilung von Licht in einer Szene werden bestimmt durch die Prinzipien des Energietransports und der Energieerhaltung. Die Simulation der Lichtverhältnisse stützt sich folglich darauf und berechnet eine Approximation durch Bestimmung des Energiegleichgewichts. Ein erstes Verfahren basierend auf dieser Idee wurde 1984 von einer Gruppe der Cornell University vorgestellt [9]. Es war in der Lage, die Interaktion von Licht mit diffus reflektierenden Oberflächen zu modellieren. Effekte wie *color-bleeding* und diffuse Lichtquellen von begrenzter Fläche werden korrekt wiedergegeben. Allerdings konnten noch keine Szenen mit verdeckten Oberflächen simuliert werden. Zwei Jahre später wurde an der selben Universität der *hemi-cube Algorithmus* [10] entwickelt, der elegant die Berücksichtigung verdeckter Oberflächen erlaubt. Damit konnten komplexe Szenen mit Schatten dargestellt werden. Die Methode wurde erweitert, so dass gerichtete Lichtquellen [4] und gerichtet reflektierende und transmittierende Oberflächen [5][6] erlaubt werden.

1.2 Die zonale Methode

Im folgenden wird eine weitere Verallgemeinerung des Radiosity-Verfahrens vorgestellt, welche den ursprünglichen Algorithmus um den Einbezug von Volumeneffekten erweitert. Die *zonal method for calculating light intensities* [11] wurde an der Siggraph 1987 von H. Rushmeier und K. Torrance vorgestellt. Sie modelliert zusätzlich zu diffus reflektierenden Oberflächen auch partizipierende Medien, welche Licht emittieren, absorbieren und streuen können. Alle möglichen Interaktionen zwischen Oberflächen und Oberflächen, Oberflächen und Volumen sowie Volumen untereinander werden berücksichtigt. Beispiele für partizipierende Medien sind Flammen, welche Licht emittieren, Wolken, die Licht absorbieren oder Nebel, Staub oder Dunst, die Licht streuen. Wie die früheren Radiosity Verfahren geht die zonale Methode von isotroper Emission, Absorption und Streuung des partizipierenden Mediums sowie ideal diffuser Reflexion der opaken Oberflächen aus. Ursprünglich wurde sie zur Analyse des Transfers von Wärmestrahlung entwickelt [7]. Das Medium wird dabei in kleine Volumen (oder *zones*) mit uniformer *radiosity* diskretisiert. Zur Bestimmung der radiosity aller interagierenden Objekte kann ein gekoppeltes lineares Gleichungssystem aufgestellt werden, das den Energieaustausch zwischen allen Objekten global modelliert. Die Lösung entspricht dem globalen Energiegleichgewicht und berücksichtigt automatisch multiple Reflexionen.

Unter Berücksichtigung eines partizipierenden Mediums kann Licht an jedem Punkt im Raum mit Materie interagieren. Deshalb muss die Strahlung in jedem Punkt überall im Raum definiert sein. Eine allgemeine integro-differentielle Gleichung erlaubt die Beschreibung eines lokalen Energiegleichgewichts. Sie beschreibt die Rate der Veränderung der Strahlungsintensität entlang eines Pfads.

$$dI / ds = -K_t I + K_a E + K_s \int_{\Omega} I_i(\Omega) f(\Omega) d\omega \quad (0)$$

s ist die Pfad Variable, sie stellt ein Mass für die zurückgelegte Distanz vom Ursprung aus dar. Ω steht für die gesamte Sphäre aller Richtungen. Die verschiedenen Terme beschreiben folgende physikalische Phänomene:

- $-K_t I$ repräsentiert die Attenuation der Strahlung durch Absorption durch das Medium
- $K_a E$ beschreibt die Verstärkung der Strahlung durch Eigenemission des Mediums
- Der Integralterm repräsentiert die Verstärkung der Strahlung durch Streuung in Richtung des Pfads (*in-scattering*). $f(\Omega)$ ist die *Phasenfunktion*, welche die Wahrscheinlichkeit für eine Streuung aus der Richtung Ω in die Richtung des Pfades angibt.

Im nächsten Kapitel wird detailliert auf diese Terme eingegangen. Es zeigt sich, dass das Problem zur eleganten Lösung umformuliert werden muss. Die Schwierigkeit von Gleichung (0) liegt darin, dass Strahlung sowohl lokal durch Emission und in-scattering produziert, andererseits aber auch nur transmittiert wird. Sie ist somit keine lokale Grösse, was die Verwendung der meisten Lösungstechniken basierend auf finiten Elementen verunmöglicht.

2 Grundlagen

Die zonale Methode geht davon aus, dass alle Oberflächen opak sind, sowie dass sie Licht ideal diffus emittieren und reflektieren. Ausserdem gilt die Annahme, dass die Streuung und Emission durch ein partizipierendes Medium isotrop ist, d.h. unabhängig von der Richtung. Die Radiosity-Methode berechnet die Intensität des Lichts als Energiegleichgewicht in einer geschlossenen Umgebung. Dazu müssen im ersten Schritt die Energietransfereigenschaften der interagierenden Objekte (Volumen und Oberflächen) beschrieben werden. Der Begriff der *radiosity* eines Objekts wird eingeführt, der für die gesamte Energie steht, die ein Objekt durch Eigenemission und Reflexion verlässt. Die nächsten Abschnitte erklären die Interaktion von Volumenelementen mit Licht, welche als Grundlage für die Lösung der Radiosity Gleichungen dienen.

2.1 Absorption

Die Intensität des Lichts ist definiert als Strahlungsenergie, welche eine Fläche pro Zeiteinheit, pro Flächeneinheit und pro Raumwinkeleinheit durchquert. Falls Licht durch ein absorbierendes Medium strahlt, wird seine Intensität entlang des Pfads verringert. Wir betrachten einen Lichtkegel der Intensität I , der auf ein kleines Volumen dV trifft (Fig. 1a). Die durch das Volumen absorbierte Energie pro Zeiteinheit ergibt sich zu:

$$d^3P_{abs} = K_a I d\omega dA \cos\Theta dx = K_a I d\omega d^2V \quad (1)$$

K_a heisst Absorptionskoeffizient. Er gibt den Bruchteil an, um welchen die Lichtintensität durch Absorption abnimmt, wenn das Licht eine Längeneinheit im Volumen durchläuft. $d\omega$ ist der Raumöffnungswinkel des Lichtkegels, $dA \cdot \cos\Theta$ ist der beleuchtete Oberflächenbereich, Θ bezeichnet den Winkel zwischen der Oberflächennormal auf dA und der Richtung des Lichtkegels und dx ist die im Volumen zurückgelegte Distanz. Auf der rechten Seite von (1) bezeichnet d^2V das vom Licht betroffene Volumen.

Wir betrachten nun einen grösseren Lichtkegel von konstanter Intensität I , der das Volumen dV vollständig beleuchtet (Fig. 1b). Wir finden die absorbierte Energie pro Zeiteinheit durch Integration von Gleichung (1):

$$d^2P_{abs} = K_a I d\omega dV \quad (2)$$

Schliesslich berechnen wir die absorbierte Energie pro Zeiteinheit, falls das Volumen mit konstanter Intensität I uniform von allen Seiten bestrahlt wird. Man integriert (2) über alle Richtungen (Fig. 1c), d.h. über 4π und erhält:

$$dP_{abs} = 4\pi K_a I dV \quad (3)$$

Nun wird (3) mit Hilfe einer richtungsunabhängig einfallenden Flussdichte $H = \pi I$ geschrieben. H hat die Einheit Energie pro Zeiteinheit pro Flächeneinheit.

$$dP_{abs} = 4 K_a H dV \quad (4)$$

2.2 Emission

Die von einer Oberfläche emittierte Energie wird durch die Energieflussdichte E in Energie pro Zeiteinheit pro Volumeneinheit ausgedrückt. Die Energie pro Zeiteinheit, welche ein Objekt, d.h. eine Oberfläche oder ein Volumenelement, insgesamt ausstrahlt, wird mit P_{em} bezeichnet (Fig. 1d). Die Herleitung dieser Grösse für ein Volumen wird hier nicht vorgestellt, sondern auf [7] verwiesen. Die Gesetze der Thermodynamik führen zu folgendem Ergebnis:

$$dP_{em} = 4 K_a E dV \quad (5)$$

dV bezeichnet das Volumen mit der emittierten Flussdichte E , K_a ist der Absorptionskoeffizient. Unter der Annahme isotroper Emission sind K_a und E unabhängig von der Richtung. Das emittierte Licht verlässt das Volumen also uniform in alle Richtungen.

2.3 Streuung

Durch die Streuung wird die Richtung von Lichtstrahlen in einem Volumen verändert. Aehnlich wie bei der Absorption wird K_s als Bruchteil definiert, um welcher die Intensität eines Lichtkegels durch Streuung reduziert wird, wenn er in einer gegebenen Richtung eine Längeneinheit in einem Volumen zurücklegt. Die totale pro Zeiteinheit gestreute Energie, bezeichnet mit P_{sc} , berechnet sich analog zu

$$dP_{sc} = 4 K_s H dV \quad (6)$$

Wir nehmen isotrope Streuung an, so dass die Intensität des gestreuten Lichts uniform über alle Richtungen verteilt ist.

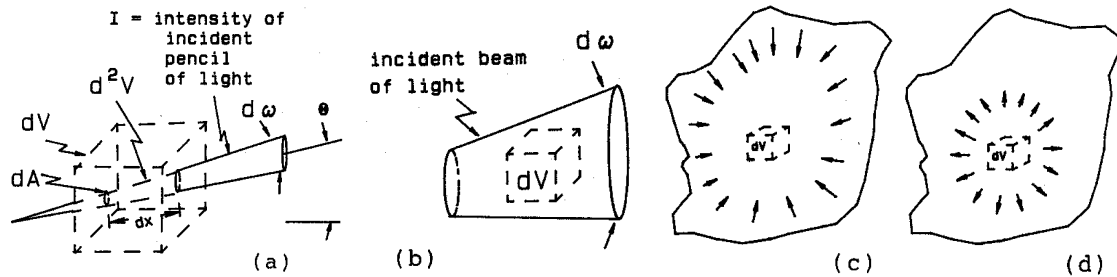


Fig. 1: (a) kleiner Lichtkegel, der ein Volumen schneidet; (b) grosser Lichtkegel, der das Volumen ganz umfasst; (c) uniforme Einstrahlung auf ein Volumen; (d) Geometrie isotroper Lichtstreuung und Emission

2.4 Lichtübertragung in einem Volumen

Die Uebertragungscharakteristik τ eines Volumens ist eine richtungsabhängige Grösse, welche beschreibt, wieviel Licht auf einem gegebenen Pfad ein Volumen durchdringt, ohne absorbiert oder gestreut zu werden. Die Intensität eines Lichtkegels, welcher eine differentielle Strecke in einer gegebenen Richtung in einem Volumen zurücklegt, wird durch Absorption und Streuung in folgender Art und Weise verringert:

$$dI = -K_t I dx \quad \text{wobei } K_t = K_a + K_s \quad (7)$$

Dies folgt aus der Definition des Absorptions- bzw. Streukoeffizienten. Durch Integration von Gleichung (7) kann die Intensität $I(x)$ mit einer Distanz x im Medium berechnet werden:

$$I(x) = I_0 \exp\left(-\int_0^x K_t dx^*\right) \quad (8a)$$

I_0 steht für die initiale Intensität auf dem Strahl. Die Uebertragungscharakteristik τ ist also gegeben durch

$$\tau(x) = \exp\left(-\int_0^x K_t dx^*\right) \quad (8b)$$

2.5 Volumen Radiosity

Die Radiosity eines Volumenelements ist definiert als die Energieflussdichte (Energie pro Zeit- und Flächeneinheit), welche ein Volumen aufgrund von Emission und Streuung verlässt. Man bezeichnet die Grösse mit B und berechnet sie mittels

$$4 K_t B = 4 K_a E + 4 K_s H \quad (9)$$

Die Radiosity eines Volumens beinhaltet also nur die Energie, welche durch das Volumen emittiert oder gestreut wird. Energie, die direkt durch das Volumen transmittiert wird, ist nicht mitberücksichtigt. Man führt dann die isotrope *scattering albedo* ein. Sie ist definiert als $\Omega = K_s / K_t$ und beschreibt den Anteil gestreuter Strahlung an der gesamten Verringerung der Lichtintensität in einem Volumen. Gleichung (9) kann nun algebraisch umgeformt werden zu

$$B = (1 - \Omega) E + \Omega H \quad (10)$$

Diese Gleichung ist derjenigen zur Definition der Radiosity einer Oberfläche sehr ähnlich. Die isotrope scattering Albedo Ω nimmt den Platz des diffusen Reflexionskoeffizienten ρ einer Fläche ein [10].

3 Das Radiosity Prinzip

Mit Hilfe der oben eingeführten Radiosity kann nun die bereits angesprochene Umformulierung von Gleichung (0) vollzogen werden. Wir betrachten also die Veränderung der Intensität des Lichts entlang eines Pfads. Diese wird beeinflusst einerseits durch Attenuation aufgrund von Absorption und Streuung, andererseits durch Verstärkung aufgrund von Emission und in-scattering. Die Verstärkung kann analog Gleichung (7), welche die Attenuation beschreibt, formuliert werden:

$$dI = K_t J(x) \quad (11)$$

Wobei $J(x)$ für die gestreute und emittierte Intensität verursacht durch ein infinitesimales Volumen der Dicke dx an der Stelle x steht. Für isotrope Emission und Streuung gilt ein einfacher Zusammenhang zwischen $J(x)$ und $B(x)$: $J(x) = B(x) / \pi$. Dies erlaubt uns, Gleichung (0) unter Verwendung der lokalen Radiosity folgendermassen neu zu schreiben:

$$dI/dt = -I(t) + J(t) \quad (12)$$

Nun wird (0) formal gelöst, indem die alternative Formulierung (12) integriert wird.

$$I(t) = I(0)\tau(t) + \int_0^s J(u)\tau(t-u)K_t(u)du \quad (13)$$

Diese Gleichung kann nun als Basis zu einem *ray-casting* dienen, da die Strahlung, welche das Medium in Richtung des Auges verlässt, durch ein einfaches eindimensionales Integral berechnet werden kann. Sie legt ein Vorgehen in zwei Schritten nahe: (1) berechne die Strahlungsgrößen J (bzw. B) aller Objekte, (2) verwende einen ray-casting Algorithmus um die resultierende Intensität zu bestimmen.

3.1 Bestimmung der Radiosity-Größen B

Die Bestimmung der Energiefluss-Größen B ist ein lokales Problem, und deshalb wesentlich einfacher zu lösen als die allgemeine Transfer-Gleichung (0). Wesentlich erleichtert wird die Lösung weiter durch die Anforderung an alle interagierenden Objekte, die nur isotrope Streuung in partizipierenden Medien bzw. diffuse Reflexion auf Oberflächen erlaubt. Analog zum ursprünglichen Radiosity Verfahren werden nun nicht nur die Oberflächen, sondern auch die Volumen in diskrete Elemente aufgeteilt. Die totale Energie, welche durch ein Volumen bzw. eine Fläche abgestrahlt werden, können jetzt unter Benutzung der Beziehung $B_i = J_i \pi$ einfach berechnet werden.

$$P_i = A_i B_i \quad \text{für eine Fläche} \quad (14a)$$

$$P_k = 4 K_t V_k B_k \quad \text{für ein Volumen} \quad (14b)$$

Die Radiosity von Flächen und Volumen setzen sich wie oben hergeleitet aus einem Anteil emittierter und einem Anteil reflektierter Strahlung zusammen.

3.1.1 Radiosity Gleichung für Oberflächen

Die von einer Oberfläche i emittierte Energie berechnet sich zu $E_i A_i$. Die Energie, welche auf die Oberfläche i auftrifft, wird zum einen von anderen Oberflächen, zum anderen von Volumenelementen ausgestrahlt. Die Energie, die auf die Fläche i von der Fläche j einfällt, ist $B_j S_j S_i$; diejenige vom Volumenelement k auf die Fläche i ist $B_k V_k S_i$. $S_j S_i$ bzw. $V_k S_i$ sind sogenannte *Form-Faktoren*. Sie sind definiert als die totale Energie, welche von der Fläche j bzw. dem Volumen k emittiert und gestreut wird und bei der Fläche i ankommt, dividiert durch die Radiosity der Fläche j bzw. des Volumens k. Unter der Voraussetzung diffus reflektierender Oberflächen bzw. isotrop streuender Volumen sind diese Faktoren einzig von der geometrischen Anordnung der Objekte abhängig. Die Herleitung wird im nächsten Kapitel beschrieben. Der durch Reflexion erzeugte Anteil an der Radiosity einer Fläche i kann nun aus der Summe aller eingestrahlenen Teilenergien, multipliziert mit dem Reflexionsfaktor ρ_i berechnet werden:

$$A_i B_i = E_i A_i + \rho_i \{ \sum B_j S_j S_i + \sum B_k V_k S_i \} \quad (15)$$

3.1.2 Radiosity Gleichung für Volumen

Analog der Definition der Form-Faktoren zwischen zwei Flächen sowie zwischen Flächen und Volumen lässt sich die Beziehung zwischen zwei Volumen beschreiben. Der Form-Faktor $V_m V_k$ steht für den Anteil an der vom Volumen m ausgestrahlten Energie, welcher das Volumen k erreicht. Somit reflektiert das Volumen k die Energie $\Omega_k B_m V_m V_k$, verursacht durch Einstrahlung vom Volumen m. Ω_k ist die isotrope scattering Albedo (vergl. (10)), welche an die Stelle des Reflexionskoeffizienten ρ tritt. Man summiert die Anteile aller in der Szene enthaltenen Objekte, berücksichtigt die Eigenemission und erhält analog Gleichung (15):

$$4 K_t V_k B_k = 4 K_a E_k V_k + \Omega_k \{ \sum B_j S_j V_k + \sum B_m V_m V_k \} \quad (16)$$

3.1.3 Das System gekoppelter Radiosity Gleichungen

Für eine Szene mit s Flächen- und v Volumenelementen ergeben sich Gleichungen der Form (15) für Flächen und Gleichungen der Form (16) für Volumen. Zusammen bilden sie ein System von s+v simultanen linearen Gleichungen für die s+v Radiosity Größen B_i (für alle Flächen und Volumen) der Szene. Diese Gleichungen repräsentieren ein Energie erhaltendes Modell für die globale Beleuchtung. Sie können monochromatisch oder in verschiedenen Frequenzbändern gelöst werden. Man verwendet dazu mit Vorteil ein Gauss-Seidel Eliminationsverfahren, da die Systemmatrix diagonal dominant ist; dies garantiert schnelle Konvergenz.

3.2 Form Faktoren

Die Form Faktoren spezifizieren den Anteil der Energie, welche ein gegebenes Objekt verlässt und auf einem anderen auftrifft. Die zonale Methode erweitert das ursprüngliche Radiosity Verfahren dadurch, dass auch Interaktionen mit Volumenelementen modelliert werden. Per Definition summieren sich alle Form Faktoren ausgehend von einem Objekt zu eins. Ausserdem gilt für alle Kombinationen zwischen Flächen und Volumen eine Reziprozitätseigenschaft, wie z.B. $\underline{V_k S_i} = \underline{S_i V_k}$. Wir setzen für alle Objekte diffuse Reflexion bzw. isotrope Streuung voraus, so dass die Form Faktoren nur von der Geometrie abhängen. Ausserdem können in diesem Fall alle Energieflüsse in Intensitäten umgerechnet werden, indem sie einfach durch π dividiert werden (vergl. Definition der Intensität und der Radiosity).

3.2.1 Fläche zu Fläche Faktoren $\underline{S_i S_j}$

In Figur 2a ist die Geometrie zweier Flächen dargestellt, die Energie austauschen. Berücksichtigt man kein partizipierendes Medium, so ist der Anteil der Energie, welche das differentielle Element dA_i verlässt und das differentielle Element dA_j erreicht:

$$F_{dA_i dA_j} = \cos\Theta_i \cos\Theta_j dA_j / (\pi s_{ij}^2) \quad (17)$$

Ein partizipierendes Medium reduziert diesen Anteil weiter um die Uebertragungscharakteristik τ , wie in (8b) definiert.

$$F_{dA_i dA_j} = \tau(s_{ij}) \cos\Theta_i \cos\Theta_j dA_j / (\pi s_{ij}^2) \quad (18)$$

Um den Bruchteil der Energie zu berechnen, der eine finite Oberfläche A_i mit uniformer Radiosity B_i verlässt und auf einer zweiten finiten Oberfläche A_j ankommt, muss über beide Oberflächen integriert werden.

$$F_{ij} = (1 / A_i) \int_{A_i} \int_{A_j} \tau(s_{ij}) \cos\theta_i \cos\theta_j dA_j dA_i / (\pi s_{ij}^2) \quad (19)$$

Diese Form unterscheidet sich durch den Einbezug der Uebertragungscharakteristik τ von der ursprünglichen Radiosity Methode. τ ersetzt die dort verwendete Sichtbarkeitsfunktion HID [10]. Den bei der zonalen Methode verwendeten Faktor $\underline{S_i S_j}$ erhält man durch Multiplikation mit A_i :

$$S_i S_j = \int_{A_i} \int_{A_j} \tau(s_{ij}) \cos\theta_i \cos\theta_j dA_j dA_i / (\pi s_{ij}^2) \quad (20)$$

3.2.2 Volumen zu Fläche Faktoren $\underline{V_k S_j}$

Die Geometrie eines Volumens, das Energie mit einer Fläche tauscht, ist in Figur 2b dargestellt. Die Gesamtenergie, die ein Volumen durch Emission und Streuung ausstrahlt ist durch Addition der beiden Gleichungen (5) und (6) und Anwendung der Definition (9) gegeben. Der Bruchteil an der gesamten vom Volumen dV_k ausgestrahlten Energie, der die Fläche dA_j erreicht, ist der Raumöffnungswinkel aufgespannt durch dA_j dividiert durch 4π . Wir berücksichtigen wieder die Uebertragungscharakteristik eines Mediums und erhalten die totale Energie $d^2 P_{kj}$, welche vom Volumen dV_k ausgeht und dA_j erreicht:

$$d^2 P_{kj} = \tau(s_{jk}) K_t B_k dV_k \cos\Theta_j dA_j / (\pi s_{kj}^2) \quad (21)$$

Die entsprechende Energie für ein finites Volumen V_k und eine finite Fläche A_j wird berechnet durch Integration von (21) über das gesamte Volumen und die ganze Fläche. Nimmt man die Radiosity des Volumens als räumlich uniform verteilt an, resultiert ein rein geometrischer Faktor:

$$V_k S_j = \int_{V_k} \int_{A_j} \tau(s_{jk}) K_t dV_k \cos\theta_j dA_j / (\pi s_{kj}^2) \quad (22)$$

3.2.3 Volumen zu Volumen Faktoren $\underline{V_k V_m}$

Figur 2c zeigt die Geometrie zweier Volumen, die Energie austauschen. Die Energie, die von einem differentiellen Volumen dV_k gestreut und emittiert wird und nach Attenuation durch ein Medium auf ein anderes Volumen dV_m auftrifft, ist gegeben durch (analog (21), $K_{t,k}$ bezeichnet den Koeffizienten K_t für das Volumen dV_k):

$$d^2 P_{km} = \tau(s_{km}) K_{t,k} B_k dV_k \cos\Theta_m dA_m / (\pi s_{km}^2) \quad (23)$$

Der Bruchteil dieser Energie, welcher vom Volumen dV_m absorbiert oder gestreut wird, ist $K_{t,m} dx_m$. Demnach ist die von dV_k gestreute oder emittierte Energie, welche von dV_m absorbiert oder gestreut wird, gegeben durch:

$$d^2 P_{km} = \tau(s_{km}) K_{t,k} B_k dV_k \cos\Theta_m dA_m K_{t,m} dx_m / (\pi s_{km}^2)$$

$$= \tau(s_{km}) K_{t,m} K_{t,k} B_k dV_k dV_m / (\pi s_{km}^2) \quad (24)$$

In (24) steht $\cos\Theta_m dA_m dx_m$ für das Parallelepiped in Figur 2c, welches äquivalent zu dV_m ist. Da jedes beliebige Volumen durch eine Menge solcher Parallelepipede approximiert werden kann, hängt die absorbierte und gestreute Energie nicht von der Orientierung, sondern nur vom Volumen von dV_m ab. Nun kann die gesamte Energie, die von einem finiten Volumen V_k mit uniformer Radiosity B_k emittiert und gestreut wird und von einem anderen Volumen V_m absorbiert und gestreut wird, durch Integration von (24) über beide Volumes berechnet werden. Analog zur Definition der bereits vorgestellten Form Faktoren ist der Faktor $V_k V_m$ definiert als Bruchteil der von V_k ausgestrahlten Intensität, der vom Volumen V_m absorbiert und gestreut wird.

$$V_k V_m = \int_{V_k} \int_{V_m} \tau(s_{km}) K_{t,m} K_{t,k} dV_k dV_m / (\pi s_{km}^2) \quad (25)$$

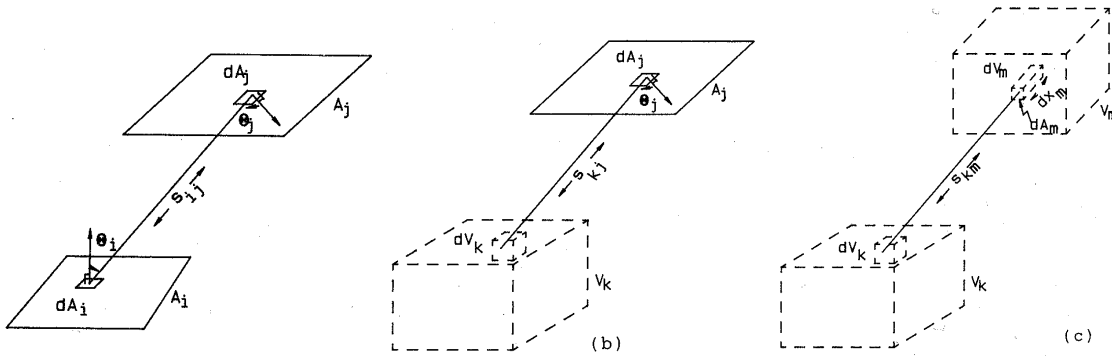


Fig. 2: Geometrie des Lichttransports: (a) zwischen Flächen; (b) zwischen Fläche und Volumen; (c) zwischen Volumen

4 Implementierungsaspekte

4.1 Eingabedaten

Die Geometrie und die Eigenschaften der Oberflächen werden in der zonalen Methode gleich wie im ursprünglichen Radiosity verfahren spezifiziert. Zusätzlich sind neue Datenstrukturen nötig, um die Attribute von Volumen eines partizipierenden Mediums zu beschreiben. Ein einfacher Ansatz definiert jeden räumlichen Bereich, der ein partizipierendes Medium enthält, als rechteckiges Prisma. Dazu werden *octrees* als Datenstrukturen vorgeschlagen [8][9]. Für jedes dieser Volumes muss E , K_t und Ω definiert werden.

4.2 Berechnung der Form Faktoren

Das Problem bei der numerischen Berechnung der Form Faktoren besteht in der Auswertung der Doppelintegrale über Flächen bzw. Volumen. In der Ur-Version des Radiosity Verfahrens [9] wurde vorgeschlagen, die Integrale mittels des Theorems von Stokes in Integrale entlang Konturen umzuwandeln. Mit dieser Methode konnten jedoch keine verdeckten Flächen berücksichtigt werden, sie erlaubte nur die Modellierung von konvexen polygonalen Oberflächen. Die zonale Methode beruht weitgehend auf Erweiterungen des *hemi-cube* Algorithmus, welcher in [10] vorgestellt wurde und die Einschränkungen des ersten Verfahrens elegant beseitigte. Ausgangspunkt ist eine geometrische Analogie, welche besagt, dass der Form Faktor einer begrenzten Fläche zu einer Ebene äquivalent ist zum Form Faktor der Projektion der Fläche auf eine Hemisphäre über der Ebene. Der Wert des Faktors entspricht dem Bruchteil der Fläche des Einheitskreise, welcher von der nochmaligen Projektion von der Hemisphäre auf die Ebene überdeckt wird. Anstatt einer Hemisphäre wird zur Approximation ein halber Würfel (*hemi-cube*) über die Ebene gelegt und in Gitterzellen unterteilt. Die sogenannten *delta Form Faktoren* aller Gitterzellen können im voraus berechnet werden. Den gesamten Form Faktor für einen begrenzten Patch erhält man, indem man die delta Form Faktoren aller Gitterzellen aufsummiert, die von der Projektion des Patches auf den hemi-cube betroffen sind. Werden mehrere Patches auf dieselbe Gitterzelle projiziert, wird mit Hilfe eines *depth-buffer* entschieden, welcher Patch durch die betroffene Zelle hindurch `gesehen` wird.

4.2.1 Fläche zu Fläche Faktoren $S_i S_j$

Der Fläche zu Fläche Form Faktor, gegeben durch (20), wird approximiert unter der Annahme, dass das Integral über A_i konstant sei.

$$S_i S_j = A_i \int_{A_j} \tau(s_{ij}) \cos\theta_i \cos\theta_j dA_j / (\pi s_{ij}^2) \quad (26)$$

Wie oben beschrieben, wird der Faktor weiter approximiert, indem die Summe über alle delta Form Faktoren dF_{ip} der Gitterzellen p gebildet wird, durch welche A_j sichtbar ist.

$$\begin{aligned} S_i S_j &= A_i \sum_p \tau(s_{ij}(p)) \cos\theta_i \cos\theta_p dA_p / (\pi s_{ip}^2) \\ &= A_i \sum_p \tau(s_{ij}(p)) dF_{ip} \end{aligned} \quad (27)$$

Dies entspricht dem ursprünglichen hemi-cube Algorithmus bis auf den Faktor τ , der die Sichtbarkeitsfunktion HID ersetzt [10] und für jede Zelle approximiert werden muss. Für ein Medium, das den Raum zwischen A_i und A_j vollständig und uniform ausfüllt (Fig. 3a), ist τ gemäss (8b) gegeben durch:

$$\tau(s_{ij}(p)) = \exp(-K_t \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}) \quad (28)$$

Dabei sind x , y und z die Koordinaten eines Punktes auf A_j ausgedrückt in einem orthogonalen System, dessen Ursprung auf A_i liegt. Nun wird eine Transformation in ein perspektivisches Koordinatensystem vorgenommen.

$$x' = x/z, \quad y' = y/z, \quad z' = \alpha + \beta/z \quad (29)$$

α und β sind beliebige Konstanten. Die Transformation wird auf (28) angewendet und man erhält:

$$\tau(s_{ij}(p)) = \exp(-K_t (\beta / (z' - \alpha)) \sqrt{x'^2 + y'^2 + 1}) \quad (30)$$

Nun kann (30) in (27) eingesetzt werden, um alle Form Faktoren der Flächen A_j zu einer gegebenen Fläche A_i zu berechnen. Dabei wird jeweils aus dem depth-buffer die Entfernung zu A_j gelesen und z' bestimmt, so dass τ berechnet werden kann. Der Algorithmus in Pseudo-Code ist unten wiedergegeben, und zwar weil er letztendlich einen wichtigen Unterschied zum ursprünglichen Radiosity Verfahren ausmacht.

```

FOR each grid cell buffer location p BEGIN
  IF object(p) ≠ NULL BEGIN
    z = β / (depth_buffer(p) - α);
    τ = exp(-Kt * z * d(p));
    ss(i, object(p)) += τ * dFip
  END
END
FOR j=1 to number of surfaces ss(i, j) = Aj;

```

$object(p)$ bezeichnet das durch die Zelle p hindurch sichtbare Objekt, $d(p)$ die Distanz dorthin im neuen Koordinatensystem und dF_{ip} den Delta Form Faktor der Gitterzelle p .

Falls das Medium nur einen Teil des Raumes ausfüllt (Fig. 3b und 3c) oder durch mehrere kleinere Regionen mit unterschiedlichem K_t modelliert wird, muss das oben beschriebene Verfahren etwas abgeändert werden. Für jede Region r wird ein Faktor τ_r berechnet, den totalen Faktor τ erhält man als Produkt aller τ_r . Zur Berechnung der τ_r müssen die Abstände der Oberflächen, welche jeweils eine Region r mit einem bestimmten K_t begrenzen, in bezug auf jede Gitterzelle bestimmt werden. Für jede Region werden zwei Buffer verwaltet, ein *front buffer* (fb) und ein *back buffer* (bb). Mit diesen zwei Werten wird für jede Gitterzelle ein Attenuations-Faktor berechnet.

```

FOR each region of medium r BEGIN
  fill front buffer fb;
  fill back buffer bb;
  FOR each grid cell buffer location p BEGIN
    IF (fb(p) < depth_buffer(p)) THEN
      IF (fb(p) > 0) THEN zfront = β / (fb(p) - α);
      ELSE zfront = 0 END;
      IF (bb(p) < depth_buffer(p)) THEN zback = β / (bb(p) - α);
      ELSE zback = β / (depth_buffer(p) - α) END;
      atten_buffer(p) += Kt * d(p) * (zback - zfront);
    END
  END
END;

```



```

FOR each buffer location p BEGIN
  IF (atten_buffer(p)=0) THEN atten_buffer(p)=1
  ELSE atten_buffer(p)=exp(-atten_buffer(p)) END
END

```

Nachdem der Attenuations-Buffer so gefüllt wurde, können die Form Faktoren einfach berechnet werden, indem die Beiträge aller Gitterzellen aufsummiert und mit der Grösse der Fläche multipliziert werden.

```

FOR each grid cell buffer location p BEGIN
  IF object(p)≠NULL BEGIN
    ss(i,object(p))+=atten_buffer(p)*dFip
  END
END
FOR j=1 to number of surfaces ss(i,j)*=Aj;

```

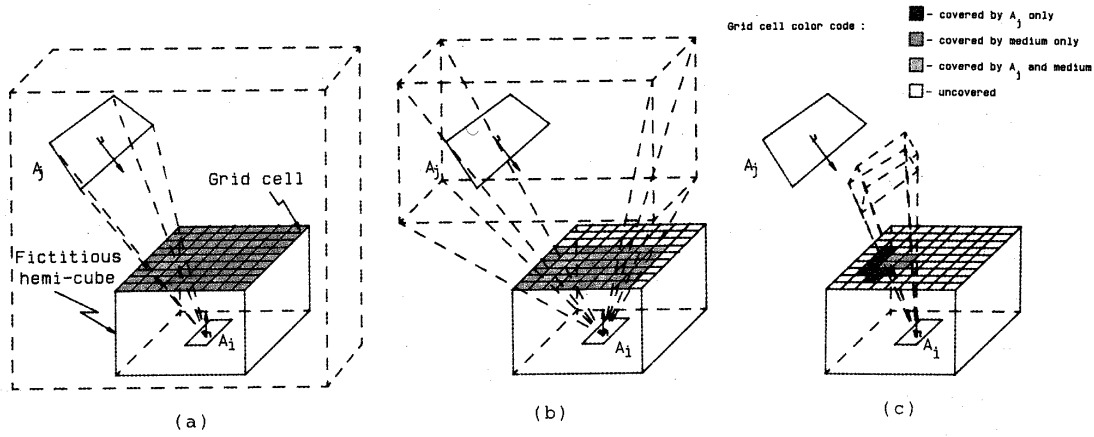


Fig. 3: Form Faktor Berechnung zwischen Flächen, das partizipierende Medium (a) umhüllt beide flächen (b) umhüllt eine fläche (c) liegt zwischen den flächen

4.2.2 Volumen zu Fläche Faktoren $VkSj$

Dieser Faktor gegeben durch (22) kann folgendermassen approximiert werden:

$$VkSj = V_k K_t \sum_p \tau(s_{kj}(p)) dFS_{kp} \quad (31)$$

$$dFS_{kp} = \cos \Theta_p dA_p / (\pi s_{kp}^2)$$

dFS_{kp} steht wieder für den Delta Form Faktor, diesmal zwischen Fläche und Volumen und wird nur einmal pro Gitterzelle b evaluiert (Fig. 4a). τ muss wieder wie vorher entweder für ein einzelnes oder für mehrere Medien berechnet werden. Die Faktoren $VkSj$ erhält man dann ähnlich wie die Faktoren $SiSj$, ausser dass ein voller statt nur eines halben Würfels verwendet wird.

4.2.3 Volumen zu Volumen Faktoren $VkVm$

Volumen zu Volumen Faktoren sind gegeben durch Gleichung () und können approximiert werden durch (32), falls sie in genügend kleine Teilvolumen aufgeteilt werden.

$$VkVm = \tau(s_{km}) K_{t,k} K_{t,m} V_k V_m / (\pi s_{km}^2) \quad (32)$$

Wobei als Distanz s_{km} zwischen den Volumen die Distanz der Zentren genommen wird. Die Sichtbarkeit zwischen den Volumen kann einfach mit dem depth buffer bestimmt werden, der vorher bei der Berechnung der $VkSj$ erstellt worden war. Figur 4b zeigt, wie die für jedes Volumen V_m die Gitterzelle bestimmt wird, auf welche sein Zentrum projiziert wird. Wiederum muss τ gegebenenfalls mittels mehrfacher Anwendung der oben vorgestellten front buffer/back buffer Methode ermittelt werden.

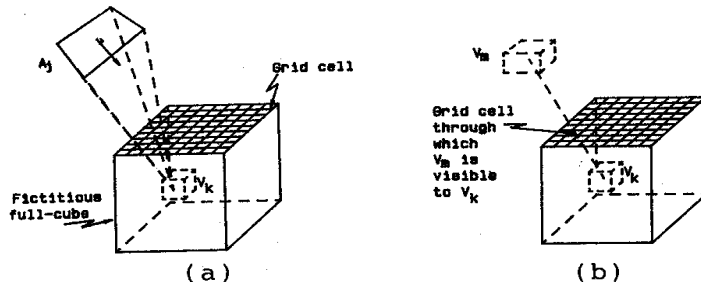


Fig. 4: Form Faktor Berechnung (a) Volumen zu Fläche (b) Volumen zu Volumen

4.3 Rendering

Nachdem das Radiosity-Gleichungssystem aufgelöst wurde, stehen die Intensitäten aller Punkte auf Oberflächen und in partizipierenden Medien fest. Im Rendering Schritt müssen nun noch die Intensitäten der einzelnen Pixel auf der Bildebene bestimmt werden. Dazu werden die Intensitäten entlang eines Strahls vom Augpunkt durch einen Pixel berechnet, indem Attenuation, in-scattering und Emission berücksichtigt werden. Dies entspricht der Auswertung des Integrals aus Gleichung (13) entlang eines Strahls. Die sichtbare Intensität wird für jede Oberfläche und jedes Volumen einzeln berechnet und am Schluss zur Pixelintensität aufaddiert (Fig. 5).

Falls in einer Szene nur opake Oberflächen zugelassen sind, gibt es entlang eines Strahls jeweils nur eine sichtbare Oberfläche. Diese kann zum Beispiel mit einem depth-buffer Algorithmus gefunden werden. Eine sichtbare Oberfläche trägt zur Intensität in einem Pixel auf der Bildebene ihre Intensität (gleich ihrer Radiosity dividiert durch π) verkleinert um den Faktor τ entlang des Strahls von der Oberfläche zum Auge bei. τ kann mit Hilfe des gleichen front buffer/back buffer Algorithmus gefunden werden, der auch zur Bestimmung der geometrischen Faktoren dient.

Um den Beitrag zur Intensität durch ein Volumen zu bestimmen, muss nur die Intensität gefunden werden, welche das isolierte Volumen auf dessen Vorderseite verlässt. Diese Intensität kann dann wie oben um den entsprechenden Faktor τ verkleinert werden. Wir betrachten einen Lichtpfad durch das isolierte Volumen V_k mit der Radiosity B_k für einen bestimmten Pixel und berechnen die Schnittpunkte des Strahls mit den Oberflächen des Volumens (Fig. 6). Die Intensität am vorderen Schnittpunkt kann wiederum mit der Gleichung (13) berechnet werden. Bei einem isolierten Volumen ist I_0 null, $J(t)$ ist die Radiosity B_k dividiert durch π und t variiert von 0 bis $K_t x$ (K_t ist konstant innerhalb des Volumens). Gleichung (13) wird zu:

$$I_k(x) = \exp(-K_t x) \int_0^{K_t x} (B_k(t) / \pi) \exp(t) dt \quad (33)$$

B_k variiert linear entlang des Pfads durch das Volumen von einem Wert B_{kb} bei $t=0$ bis zu einem Wert B_{kf} bei $t=K_t x$. Die Werte B_{kf} und B_{kb} auf der Front- bzw. Rückseite von V_k werden bestimmt durch bilineare Interpolation von diskreten Punkten auf der Oberfläche von V_k . Die Radiosities auf den diskreten Punkten werden als Durchschnittswerte der Radiosities der benachbarten Volumens festgelegt. Dieses Vorgehen vermindert die sichtbaren Effekte der räumlichen Diskretisierung des partizipierenden Mediums.

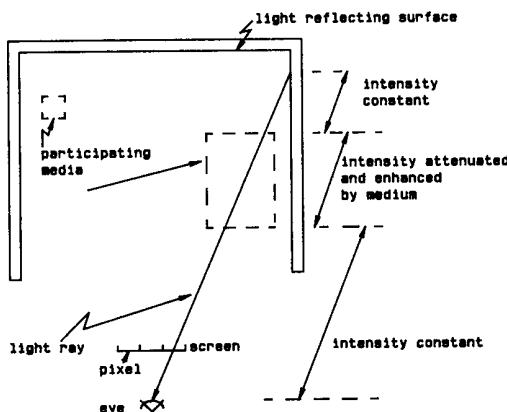


Fig. 5: Berechnung der Pixel Intensität

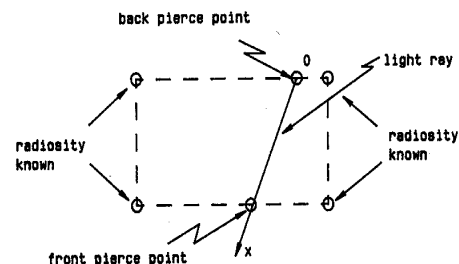


Fig. 6: Berechnung der Intensität eines isolierten Volumens

5 Diskussion

Die Anwendung der zonalen Methode ermöglicht die Modellierung von Volumeneffekten basierend auf einem physikalischen Modell des Energiegleichgewichts. Alle Interaktionen zwischen Volumen und Oberflächen können simuliert werden für beliebige Werte der scattering albedo. Die Methode erlaubt dadurch die Generierung von sehr realitätsnahen synthetischen Computerbildern, wie es vorher nicht möglich war. Ihre Vorstellung bedeutete somit einen wichtigen Schritt auf dem Weg zur perfekten Simulation natürlicher Beleuchtungsverhältnisse. Sie stellt eine Verallgemeinerung des ursprünglichen Radiosity Verfahrens dar, bringt dadurch aber eine erhöhte Berechnungskomplexität mit sich. Wollen wir zum Beispiel ein Volumen in jede Raumrichtung in 100 Teile diskretisieren, ergeben sich $100^3=1'000'000$ Volumenelemente. Dies entspricht $1'000'000^2$ Formfaktoren nur zwischen Volumen, denn die Anzahl Form Faktoren wächst quadratisch mit der Anzahl Objekte! Für komplizierte Szenen eignet ist die erste Form der zonalen Methode wegen des enormen Rechenaufwands also nicht.

Seit der Vorstellung von [11] 1987 wurden verschiedene Anstrengungen unternommen, diesen schwerwiegenden Nachteil zu mindern. Mit *hierarchischen Algorithmen* versucht man, die Anzahl Unterteilungen von Oberflächen zu begrenzen, indem ein bestimmtes *level of detail* vorgegeben wird, so dass jeder Energietransfer mit einer gegebenen Fehlertoleranz repräsentiert werden kann. Natürlich kann dieses Konzept auch auf Volumen erweitert werden [12]. Ein anderer Ansatz besteht in der Bildung von *Objekt clustern*, so dass der Energietransfer zwischen einer Gruppe von Objekten in einer einzigen Operation vollzogen werden kann [12]. Mit diesen Methoden ist es möglich, die Rechenzeit wesentlich zu verkürzen, ohne dass die Bildqualität wesentlich darunter leidet.

Ein weiterer Nachteil besteht in die Voraussetzungen an die modellierten Oberflächen und Volumen. Oberflächen sind immer opak und sowohl für Flächen wie für Volumen kann nur diffuse Streuung bzw. Emission modelliert werden. Das Verfahren ist auch in dieser Richtung verallgemeinert worden seit der Vorstellung in 1987 [4][5][6].

Für statische Szenen bietet die Methode weiter den Vorteil, dass die geometrischen Form-Faktoren und das Radiosity Gleichungssystem nur einmal gelöst werden müssen. Bei Veränderung der Betrachterposition muss lediglich der Rendschritt neu durchgeführt werden. Trotzdem beschränkt sich die Anwendung des Radiosity Verfahrens auf Situationen, wo die kurze Rechenzeit keine zwingende Forderung ist, sondern der Wert der Bilder in der Genauigkeit der Beleuchtungssimulation liegt. Dies ist z.B. beim Design von Innenräumen, einzelnen Objekten oder ganzen Gebäuden der Fall. Wenn es hingegen um Echtzeit-Berechnungen geht, liefern andere Rendering Verfahren mit viel geringerem Aufwand schon akzeptable Ergebnisse.

